

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <http://www.ibo.org/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse <http://www.ibo.org/fr/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <http://www.ibo.org/es/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

## Matemáticas

### Nivel Superior

### Prueba 2

Martes 19 de noviembre de 2019 (mañana)

Número de convocatoria del alumno

2 horas

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

#### Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas NS y de Ampliación de Matemáticas NS** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[100 puntos]**.

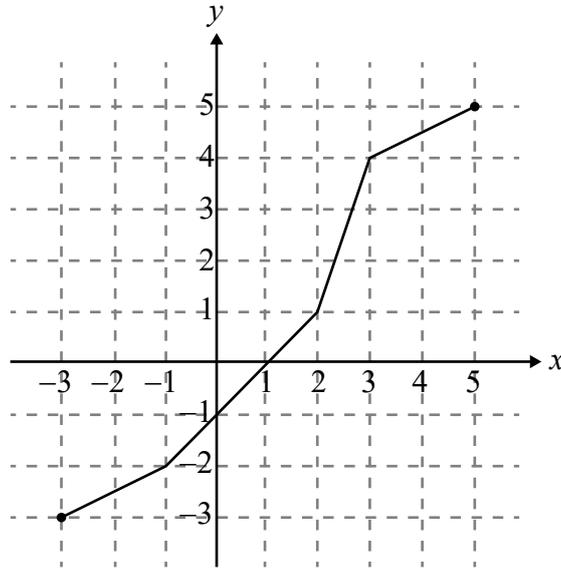






3. [Puntuación máxima: 6]

La siguiente figura muestra el gráfico de  $y = f(x)$ ,  $-3 \leq x \leq 5$ .



- (a) Halle el valor de  $(f \circ f)(1)$ . [2]
- (b) Sabiendo que  $f^{-1}(a) = 3$ , determine el valor de  $a$ . [2]
- (c) Sabiendo que  $g(x) = 2f(x - 1)$ , halle el dominio y el recorrido de  $g$ . [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

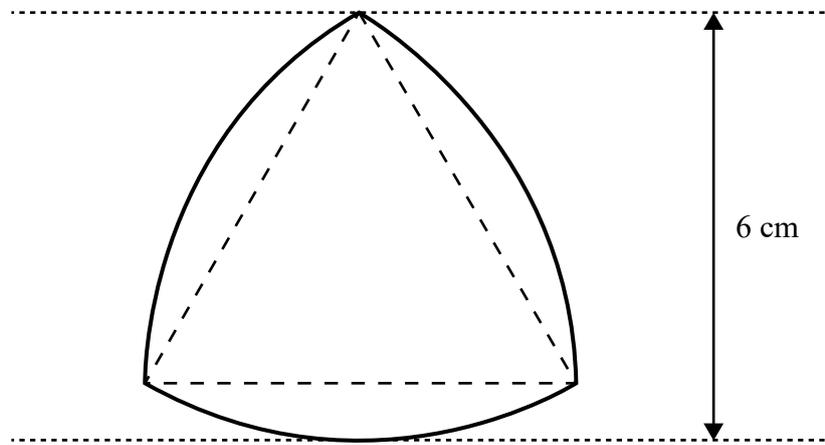
.....



4. [Puntuación máxima: 7]

La siguiente forma geométrica consta de tres arcos de circunferencia, cada uno con centro en el vértice opuesto de un triángulo equilátero, tal y como se muestra en la figura.

la figura no está dibujada a escala



Para esta forma geométrica, calcule

- (a) el perímetro; [2]
- (b) el área. [5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Véase al dorso





7. [Puntuación máxima: 6]

Las mejores marcas de la temporada logradas por los corredores de un equipo de atletismo en los 100 m lisos siguen una distribución normal de media 11,6 segundos y desviación típica 0,8 segundos. Para clasificarse para una competición dada, los corredores necesitan que su mejor marca de la temporada sea inferior a 11 segundos. Se elige al azar a uno de los corredores de este equipo que se han clasificado para la competición. Halle la probabilidad de que su mejor marca de la temporada sea inferior a 10,7 segundos.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





No escriba soluciones en esta página.

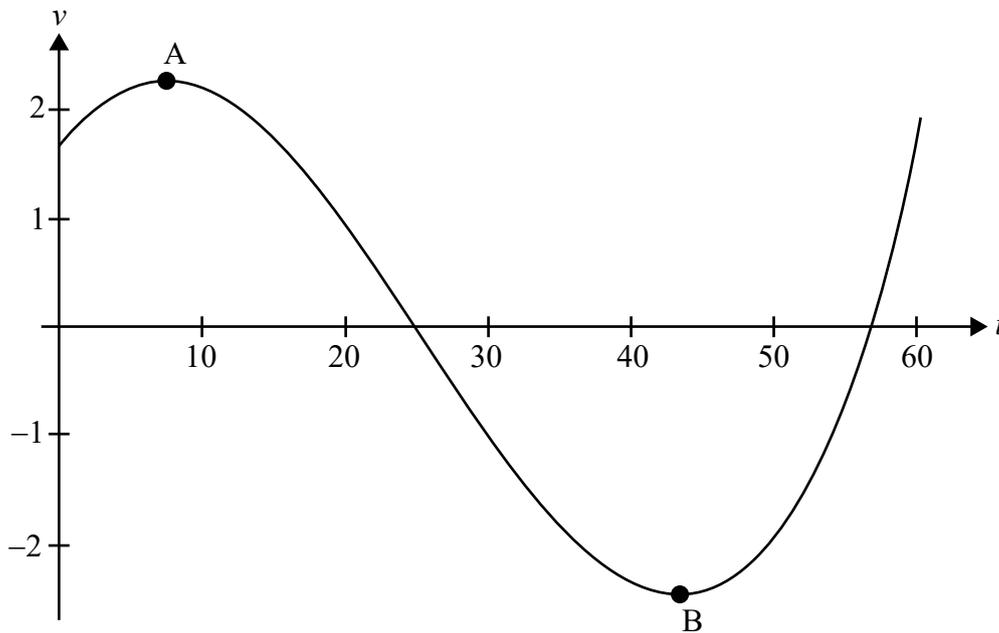
### Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

9. [Puntuación máxima: 14]

Un cuerpo se mueve en línea recta, de modo tal que su velocidad  $v \text{ ms}^{-1}$  después de  $t$  segundos viene dada por  $v = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{t}{10} + \frac{\pi}{5}\right) \operatorname{csc}\left(\frac{t}{30} + \frac{\pi}{4}\right)$  para  $0 \leq t \leq 60$ .

La siguiente figura muestra el gráfico de  $v$  en función de  $t$ . El punto A es un máximo local y el punto B es un mínimo local.



- (a) (i) Determine las coordenadas del punto A y las coordenadas del punto B.  
 (ii) A partir de lo anterior, escriba la velocidad máxima que alcanza el cuerpo. [5]
- (b) El cuerpo se detiene por primera vez en el instante  $t = t_1$ . Halle  
 (i) el valor de  $t_1$ ;  
 (ii) la distancia que ha recorrido entre  $t = 0$  y  $t = t_1$ ;  
 (iii) la aceleración en el instante  $t = t_1$ . [6]
- (c) Halle la distancia que ha recorrido en los primeros 30 segundos. [3]



No escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 19]

La variable aleatoria  $X$  tiene la siguiente función de densidad de probabilidad:

$$f(x) = \begin{cases} 3a & , \quad 0 \leq x < 2 \\ a(x-5)(1-x) & , \quad 2 \leq x \leq b \\ 0 & , \quad \text{resto de valores} \end{cases} \quad a, b \in \mathbb{R}^+, 3 < b \leq 5.$$

(a) Halle, en función de  $a$ , la probabilidad de que  $X$  esté comprendida entre 1 y 3. [4]

Considere el caso en que  $b = 5$ .

(b) Dibuje aproximadamente el gráfico de  $f$ . Indique las coordenadas de los extremos de cada tramo y de cualquier máximo o mínimo local; dé las respuestas en función de  $a$ . [4]

(c) Halle el valor de

(i)  $a$ ;

(ii)  $E(X)$ ;

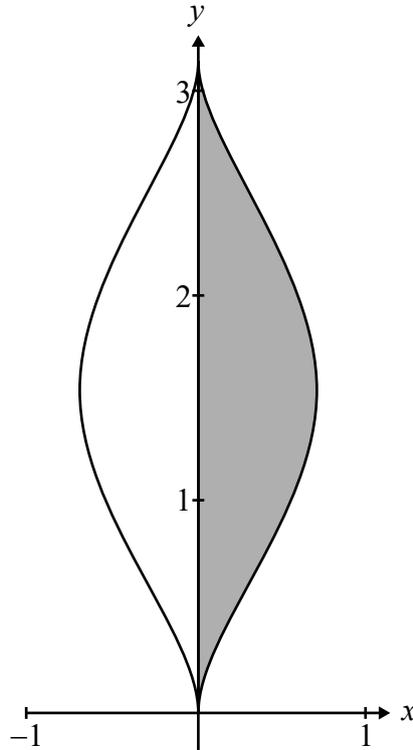
(iii) la mediana de  $X$ . [11]



No escriba soluciones en esta página.

11. [Puntuación máxima: 17]

La siguiente figura muestra una parte del gráfico de  $2x^2 = \text{sen}^3 y$  para  $0 \leq y \leq \pi$ .



(a) (i) Utilizando la derivación implícita, halle una expresión para  $\frac{dy}{dx}$ .

(ii) Halle la ecuación de la tangente a la curva en el punto  $\left(\frac{1}{4}, \frac{5\pi}{6}\right)$ . [8]

La región sombreada  $R$  está delimitada por la curva, el eje  $y$  y las rectas  $y = 0$  e  $y = \pi$ .

(b) Halle el área de  $R$ . [3]

Ahora se rota la región  $R$   $2\pi$  radianes alrededor del eje  $y$  para generar un sólido.

(c) Escribiendo  $\text{sen}^3 y$  como  $(1 - \cos^2 y) \text{sen} y$ , muestre que el volumen del sólido así generado es igual a  $\frac{2\pi}{3}$ . [6]

